Estática comparativa de los cambios en la dotación factorial de una economía abierta y pequeña[*]

Eduardo Zambrano I.
Carolina Pagliacci S.

La presente monografía se propone estudiar los efectos que cambios en la dotación factorial tienen sobre la curva de transformación para un país productor de bienes con funciones de producción homogéneas lineales, de distinta intensidad en el uso de dos factores de producción, y que enfrenta costos de oportunidad crecientes. A lo largo de todo el análisis supondremos que el país es lo suficientemente pequeño como para no afectar los términos de intercambio internacionales.

Dotación factorial y curvas de transformación

La teoría pura del comercio internacional supone que la economía se encuentra sobre su frontera de posibilidades de producción, lo que equivale a decir que los factores productivos se encuentran totalmente empleados, y que ninguna reasignación de recursos dentro de la economía se producirá a los precios relativos de los bienes dados internacionalmente. El crecimiento económico para la teoría pura del comercio internacional se refleja en el desplazamiento hacia afuera de la frontera de posibilidades de producción, y este desplazamiento tiene que ver esencialmente con el incremento en la dotación factorial de una economía o con un cambio en la tecnología. Ello es así en la medida en que la frontera de posibilidades de producción almacena esencialmente la misma información que la curva de contratos de una caja de Edgeworth-Bowley de producción. Formalmente[1] obtenemos una frontera de posibilidades de producción al resolver el siguiente problema de programación matemática:

maximizar (el valor de la producción nacional)

$$z = p_X \, f^X (L_X, K_X) + p_Y \, f^Y (L_Y, K_Y) \qquad (1)$$

---

* Este trabajo forma parte de una monografía preparada en 1992 para el curso de Teoría del Comercio Internacional, dictado por el Profesor Francisco Vivancos en la Universidad Católica Andrés Bello. Los autores agradecen los comentarios de Francisco Rodríguez y Eduardo Ortiz.

1 El presente razonamiento ha sido tomado en sus tratamientos más simples de Silberberg (1990, pp. 531-535).

sujeto a (la dotación fija de factores del país)

$$L_X + L_Y = L \quad (2)$$

$$K_X + K_Y = K \quad (3)$$

donde L_X, K_X, L_Y, K_Y representan respectivamente las contidades de trabajo y capital empleadas en la producción de los bienes X e Y; f^X y f^Y son las funciones de producción (homogéneas de grado uno) de los bienes X e Y, respectivamente.

Hallando las condiciones de primer y segundo orden que deben cumplirse para la resolución de esta maximización restringida podemos construir las funciones de oferta de cada una de las industrias sustituyendo en cada función de producción los valores de L_j y K_j que permiten el cumplimiento de las condiciones de primer orden. Así tendremos

$$X = f^X (L_X^*, K_X^*) = X^*(p_X, p_Y, L, K) = X^*(p, L, K) \quad (4)$$

$$Y = f^Y (L_Y^*, K_Y^*) = Y^*(p_X, p_Y, L, K) = Y^*(p, L, K) \quad (5)$$

donde $p= p_X/p_Y$.

Despejando p de (4) e introduciendo en (5) obtendremos

$$Y^* = g (X^*; L, K) \quad (6)$$

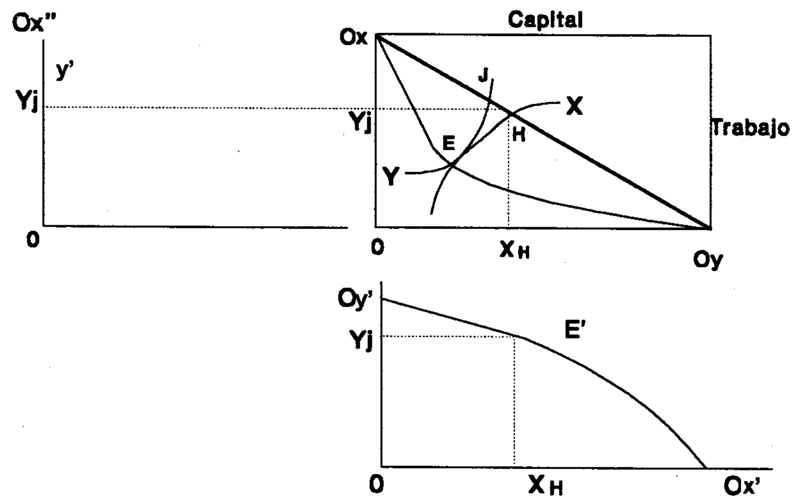
Esta es la frontera de posibilidades de producción, la cual puede demostrarse tendrá pendiente negativa y será cóncava al menos en el entorno de los puntos que maximizan el valor de la producción. En la ecuación (6) vemos claramente cómo cambios en la dotación factorial de la economía o en la forma de las funciones de producción se reflejarán en la curva de transformación. De manera expresa pueden verse estos cambios analizando las relaciones existentes entre la caja de Edgeworth-Bowley y la curva de transformación, como se presenta en el gráfico 1.1. En este grafico se deriva la curva de transformación a partir de la caja de Edgeworth-Bowley mediante el empleo de la técnica de Saposnik. Esta técnica parte de la presencia de rendimientos constantes a escala para representar la cantidad de output correspondiente a una isocuanta como una magnitud proporcional a la distancia entre la isocuanta y el origen de ordenadas. A partir de allí estas distancias pueden proyectarse a ejes cartesianos a partir de alguna técnica geométrica corriente[2].

Vemos entonces que en el punto E de la curva de contrato la cantidad producida de X es proporcional a O_XH, segmento que es una fracción de la cantidad total de X que puede producirse en esa economía (igual a O_XO_Y), y que puede ser proyectado sobre el eje OO_Y, convirtiendose en el segmento OX_H. De igual manera, en el punto E de la curva de contrato se produce una cantidad de Y que es proporcional al vector OY_J, el cual puede

2 El gráfico 1.1. ha sido construido modificando la exposición geométrica de Winch (1975, p. 44) y aplicando el razonamiento heurístico de Krauss-Johnson (1977, pp. 60-63). Se usó, además, el teorema de Tales.

ser proyectado sobre el eje OO_X para convertirse en el segmento OY_J. Proyectados los segmentos OX_H y OY_J sobre la parte (b) del gráfico obtenemos un punto E' de la frontera de posibilidades de producción.

Gráfico 1.1

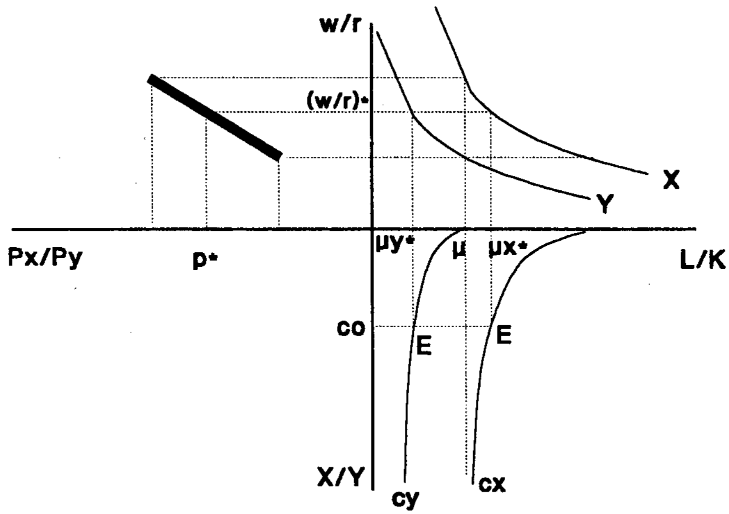


El resto de los puntos los obtenemos de modo análogo (para distintos precios relativos de los factores), sabiendo de antemano, sin embargo, (por la construcción de Saposnik) que los vectores OO_X y OO_Y permiten representar respectivamente las cantidades de X e Y que serían producidas en los casos de especialización completa. Este diagrama nos permitirá evaluar el tipo de cambios experimentados por la curva de transformación frente a variaciones en la provisión factorial de la economía.

Cambios en la dotación factorial

En la medida en que pueda definirse para cualquier relación de precios factoriales a una industria como usuaria intensiva de uno de los factores de producción existirá una relación monótona y creciente entre el precio del bien producido por esa industria y el precio relativo del factor usado intensivamente en la misma.

Gráfico 1.2



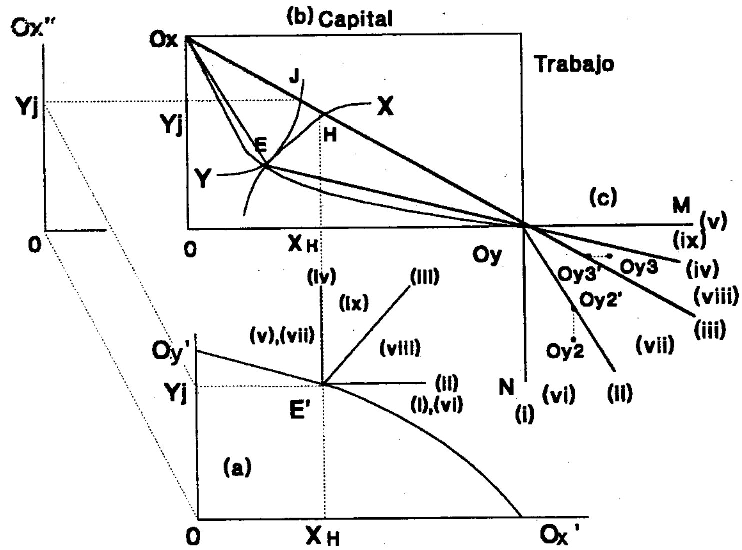
Esta relación, conocida como de Stolper-Samuelson[3] nos resultará esencial en la evaluación de los efectos de un cambio paramétrico en la oferta de un factor sobre el crecimiento en un país pequeño: mantener constantes los precios relativos de los bienes (al provenir exógenamente del mercado internacional) implica mutatis mutandis la invarianza del precio relativo de los factores, y ello la no variación de las intensidades factoriales empleadas en la producción de X e Y. Una ilustración de lo anterior puede verse en el gráfico 1.2, en el que inequívocamente se define al bien X como intensivo en trabajo. Puede verse, adicionalmente, que el mantenimiento de una relación de precios factoriales constante antes y después de ocurrido el cambio en la oferta del factor hace que la intensidad factorial mantenida por cada una de las industrias permanezca constante[4].

---

3 Para una demostración acudir a Samuelson (1949).

4 Esto puede demostrase fácilmente partiendo de la homogeneidad lineal de las funciones de producción.

Gráfico 1.3



Teniendo todo esto en mente podemos examinar los distintos tipos de variaciones de la dotación factorial que pueden presentarse. Sea $u^o = K/L$ la dotación factorial de la economía; u_X^*, y u_Y^* las intensidades factoriales óptimas usadas en la producción de X e Y respectivamente, dado el precio relativo de los factores $(w/r)_o$. Sabiendo que $u_X^* < u_Y^*$ tendremos los siguientes tipos de crecimiento factorial[5]:

(i) $\Delta K = 0, \Delta L > 0$,

(ii) $\Delta K/\Delta L = u_X^*$,

(iii) $\Delta K/\Delta L = u^o$,

(iv) $u_Y^* = \Delta K/\Delta L$,

(v) $\Delta L = 0, \Delta K > 0$,

(vi) $0 < \Delta K/\Delta L < u_X^*$,

(vii) $u_X^* < \Delta K/\Delta L < u^o$,

(viii) $u^o < \Delta K/\Delta L < u_Y^*$, y

(ix) $\Delta K/\Delta L > u_Y^*$

---

5 Esta clasificación es presentada a un mayor nivel de agregación en Chacholiades (1978, pp. 341-342).

En la sección (c) del gráfico 1.3 puede visualizarse claramente esta taxonomía. En este gráfico se mantiene fijo el vértice O_X, y se permite el desplazamiento del vértice O_Y de forma de variar las dimensiones de la caja. Este punto OY se ubicará en la región NO_YM. Los efectos de cada uno de estos tipos de crecimiento sobre la producción pueden verse en la sección (a) del gráfico. A continuación intentaremos exponer sólo los casos más representativos.

(i) Crecimiento puro en la fuerza de trabajo: $\Delta K = 0$, $\Delta L > 0$

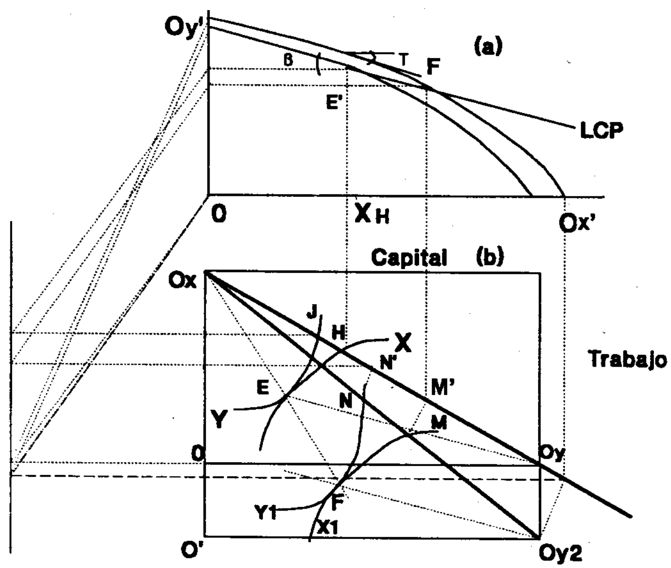
El incremento en el factor trabajo desplazará hacia afuera a la curva de transformación, pero no de forma paralela, sino más bien con un sesgo en favor de la industria que usa intensivamente el factor trabajo (la industria X). Examinaremos con el mayor detenimiento este caso particular, pues manteniendo constante u_X^*, u_Y^*, p^*, y $(w/r)^*$, el aumento en la cantidad de factor trabajo requerirá de un aumento en la producción del bien X y una contracción de la industria que usa intensivamente el factor que no está creciendo en la economía, de forma de mantener el pleno empleo de los factores de producción. Esta relación, conocida como el teorema de Rybczynski, puede parecer implausible pues, ¿cómo es que el crecimiento económico de un factor conlleva una disminución en el nivel de producción de uno de los bienes, mientras que el del otro se incrementa? Intentaremos responder a esa pregunta geométrica, analítica y heurísticamente.

Comencemos observando lo que sucede dentro de la nueva caja de Edgeworth-Bowley. En la parte (b) del gráfico 1.4, el incremento en la cantidad de trabajo ocasiona el alargamiento vertical de la caja y la definición de los nuevos vértices de la misma como O' y $O_Y{}^2$. Manteniendo constantes las pendientes de las líneas de intensidad factorial podemos hallar el nuevo lugar de igualdad de las tasas marginales de sustitución técnica entre las dos industrias. Este lugar está representado por el punto F en el gráfico, y supone la contracción de la industria productora del bien que no usa intensivamente el factor cuya provisión ha crecido, además de la expansión de la industria X: en efecto, $O_XE < O_XF$, y $FO_Y{}^2 < EO_Y$. Este punto F se corresponde con el punto E' de la parte (a) del gráfico, el cual ha sido derivado en dos pasos: se prolongan las isocuantas X_1 e Y_1 de modo que corten a la diagonal de la caja ampliada en los puntos N y M, produciendose los vectores O_XM y $O_Y{}^2N$, en los que respectivamente se miden las nuevas cantidades producidas de X e Y como proporción de las cantidades máximas que de estos bienes pueden producirse. Para que estas cantidades puedan ser comparadas con las producidas por el país antes de experimentar el crecimiento se expresan las nuevas producciones como proporciones de las cantidades máximas de producción antes del crecimiento. Geométricamente esto se logra proyectando el vector O_XM sobre el vector O_XO_Y, lo que nos proporciona el vector O_XM'. El vector O_YJ puede compararse de igual manera con el vector O_YN'.

De nuevo, se constata el aumento en la producción del bien X y una contracción en la producción del bien Y, la cual se presenta en la parte (a) del gráfico. Uniendo los puntos

E y F en la parte (a) del gráfico obtendremos una línea que representará el locus de cantidades producidadas de X e Y que garantizan el mantenimiento del equilibrio en la producción ($TMST_{LK}{}^{X} = TMST_{LK}{}^{Y} = w/r$) ante distintos desplazamientos de la curva de transformación, y manteniendo constantes los términos de intercambio. Llamaremos a este lugar geométrico línea crecimiento-producción (LCP).

Gráfico 1.4



El cambio en la dotación factorial y sus efectos sobre la producción pueden estudiarse usando las llamadas líneas de Rybczynski, las cuales pueden verse en el gráfico 1.5. En estas líneas, tambien llamadas líneas de restricción factorial, se miden las combinaciones máximas de X e Y que pueden ser producidas en la economía manteniendo el pleno empleo del factor de producción que corresponda. Formalmente no son otra cosa sino la reexpresión de las ecuaciones (3) y (4):

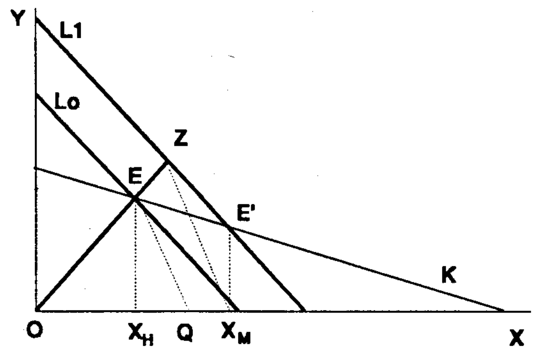
$$a_{LX}{}^{*}\, X + a_{LY}{}^{*}\, Y = L \tag{7}$$

$$a_{KX}{}^{*}\, X + a_{KY}{}^{*}\, Y = K \tag{8}$$

donde $a_{ij} = (i_j / j)$ es un coeficiente de insumo-producto, indicando el asterisco que ha sido calculado de modo tal de permitir el cumplimiento de las condiciones de primer y segundo orden. Sin embargo, al tener en cuenta que $\Delta(w/r)=0 \Rightarrow \Delta uX^{*}=0$, como hemos dicho, los coeficientes de insumo-producto podrán ser tratados como constantes si lo que queremos es estudiar variaciones en la dotación factorial[6].

6 Un tratamiento completo de estas relaciones se encuentra en Silberberg (1990, capítulo 16).

Gráfico 1.5



Diferenciando parcialmente con respecto a L, factor que ha variado, tenemos

$$a_{LX^*}\ \delta X/\delta L + a_{LY^*}\ \delta Y/\delta L \equiv 1 \qquad (9)$$

$$a_{KX^*}\ \delta X/\delta L + a_{KY^*}\ \delta Y/\delta L \equiv 0 \qquad (10)$$

resolviendo el sistema de ecuaciones planteado para δX/δL y δY/δL nos queda

$$\delta X / \delta L = \frac{\begin{vmatrix} 1 & a_{LY}* \\ 0 & a_{KY}* \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{LX}* & a_{LY}* \\ a_{KX}* & a_{KY}* \end{vmatrix}} = \frac{a_{KY}*}{a_{LX}*\, a_{KY}* - a_{LY}*\, a_{KX}*} \qquad (11)$$

$$\delta Y / \delta L = \frac{\begin{vmatrix} a_{LX}* & 1 \\ a_{KX}* & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{LX}* & a_{LY}* \\ a_{KX}* & a_{KY}* \end{vmatrix}} = \frac{-a_{KY}*}{a_{LX}*\, a_{KY}* - a_{LY}*\, a_{KX}*} \qquad (12)$$

Habíamos asumido que la industria X es intensiva en trabajo. Esto es: $(L_{X*}/K_{X*})>(L_{Y*}/K_{Y*})$, lo que puede escribirse comc

$(a_{LX*}/a_{KX*}) > (a_{LY*}/a_{KY*})$, siendo esto equivalente a decir que el denominador de las expresiones (1.11) y (12)

$$A = a_{LX*}\ a_{KY*} - a_{LY*}\ a_{KX*} \qquad (12a)$$

es mayor que cero. Esto nos arroja los siguientes resultados, que prueban el teorema de Rybczynski:

$$\delta X/\delta L > 0 \tag{13}$$

$$\delta Y/\delta L < 0 \tag{14}$$

La pendiente de la línea de Rybczynski para el trabajo se puede obtener de la siguiente forma

$$dY / dX = \frac{\delta Y / \delta L}{\delta X / \delta L} = \frac{-a_{KX^*}}{a_{KY^*}} \tag{15}$$

que es la misma pendiente de la línea de restricción del factor capital, la cual se obtiene, desde luego, despejando Y en la ecuación (8). Esto ahora sí nos parece obvio: se emplea la línea de restricción del capital (línea de Rybczynski para el trabajo) en la observación de los efectos que tiene sobre la producción de X e Y un aumento en la dotación de factor trabajo. En el gráfico 1.5 la nueva cantidad de trabajo disponible se presenta como la línea L_1, y el nuevo punto de producción para el cual los factores se emplean plenamente es el punto E', consistente con una mayor producción de X y una menor producción de Y. Se puede probar geométrica, analítica e intuitivamente que la elasticidad de la producción de X con respecto al crecimiento del factor trabajo es mayor que uno. Geométricamente, el problema se plantea como la demostración de que (EZ/ OE)< (X_HX_M / OX_H). El vector OZ puede proyectarse al eje OX de modo tal que la cantidad OZ sea a la cantidad OE lo que la cantidad OX_M es a la cantidad O(?), en donde (?)=Q en el gráfico. Al ser OX_M = OZ', se sabe que QZ' / OZ' < X_HX_M / OX_M, y ello prueba directamente lo requerido[7].

Analíticamente debemos demostrar que $\varepsilon_{LX} \equiv (L/X)\,(dX/dL) > 1$

$$(\delta X / \delta L)(L / X) = \frac{a_{KY^*}}{a_{LX^*}\, a_{KY^*} - a_{LY^*}\, a_{KX^*}} \; \frac{a_{LX^*} X + a_{LY^*} Y}{X} =$$

$$\varepsilon LX \equiv (L / X)\,(\delta X / \delta L) = \frac{a_{LX^*} a_{KY^*} + a_{LY^*} (Y / X)}{a_{LX^*} a_{KY^*} - a_{LY^*}} > 1 \tag{16}$$

---

[7] La demostración analítica proviene de Silberberg (1990, p.563). La demostración heurística ha sido tomada con modificaciones de Either (1988, p. 114) y de Krauss-Johnson (1977, pp.99-100). La prueba geométrica proviene de la aplicación del teorema de Tales: QZ' / OZ' < X_HX_M / OX_M' => QZ' / (OQ + QZ') < X_HX_M / (OX_H + X_HX_M) = > 1/(1 +OQ/QZ') < 1/ (1 + OX_H /X_HX_M) = > QZ'/OQ < X_HX_M / OX_H. Esto es lo que queríamos demostrar.

Heurísticamente, el teorema de Rybczynski ($\delta X/\delta L > 0$, $\delta Y/\delta L < 0$), y su corolario ($\varepsilon_{LX} > 1$) pueden explicarse de la siguiente manera: supongamos un incremento en la dotación de trabajo de θ%. Claramente se observa que no puede aumentar el output de ambos bienes en θ%, pues ello requeriría de un incremento de θ% en el stock de capital. Más o menos por la misma razón el output de ambos no puede aumentar en más de θ%. Tampoco puede ser posible que ningún output crezca en al menos θ%, porque de lo contrario se violaría la condición de pleno empleo. Lo que sucede puede ser descrito más o menos en dos etapas: en la primera permitiremos a la economía producir sobre su nueva frontera de posibilidades de producción, permitiendo la variación de los costos de oportunidad, pero sin permitir que los nuevos precios internos se igualen a los términos de intercambio internacionales; en la segunda parte permitiremos que esto último suceda.

El precio del bien j, en condiciones de competencia perfecta, puede expresarse como una ponderación de los precios de los factores involucrados en su producción, siendo las ponderaciones las proporciones en las que esos factores son usados. Formalmente ello puede escribirse de la siguiente manera:

$$a_{LX}* w + a_{KX}* r = pX \qquad (17)$$

$$a_{LY}* w + a_{KY}* w = pY \qquad (18)$$

Un aumento en la dotación de L en la economía producirá inicialmente un exceso de oferta de trabajo que podría ser convertido en un precio del trabajo menor. Un menor precio del trabajo se convierte, ceteris paribus en un menor precio de ambos bienes, pero el ahorro en X es mayor debido a que X es intensivo en trabajo, y por tanto el precio relativo de Y sube: la disminución en su precio fue menos que proporcional que la disminución en el precio de X. Para una producción como la observada en el punto X_H de la frontera de posibilidades de producción del gráfico 1.4 el costo de oportunidad de producir una unidad adicional de Y, medido en términos del sacrificio que hay que hacer en unidades del bien X es mayor que antes del crecimiento:

$$tg\,\beta > tg\, t \qquad (19)$$

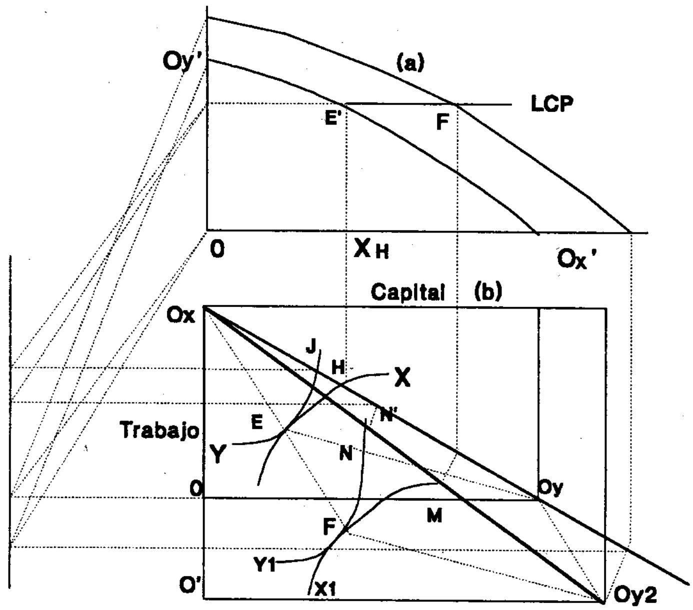
Ahora bien podemos darnos cuenta que a la nueva tasa marginal de transformación de la economía no se logra el equilibrio de los términos de intercambio internacionales, sino que más bien aparecen razones para afectar la producción doméstica. En nuestro caso, para un nuevo precio relativo de X menor que los términos de intercambio internacionales, como se observa en la expresión (19) convendrá a los productores locales expandir la industria X a expensas de la industria Y. Esto tendrá sobre las relaciones básicas de la economía los efectos usuales: la expansión de la industria X producirá un exceso de demanda de trabajo y/o de oferta de capital como consecuencia de que la contracción de la industria Y libera recursos en proporciones distintas a las usadas por X en su expansión. Como consecuencia de lo anterior, el precio relativo del factor trabajo se incrementará, y ambas industrias debilitarán la intensidad con la que hacen uso del factor cuyo precio se está encareciendo: el trabajo. De nuevo, la aplicación de las ecuaciones (17) y (18) en el cálculo de los nuevos precios de los bienes nos señalan, en este caso, un crecimiento del precio relativo del bien X. Esta rutina harto conocida se detendrá para el momento en que pueden evaluarse los resultados de Rybczynski: cuando $(TMT_{XY})^d = (TMT_{XY})^f$ y ello iguale el precio relativo de los factores a los existentes antes del crecimiento económico. La nueva curva de transformación tiene una forma como la observada en la gráfica 1.4, y está sesgada en favor de la industria que usa intensivamente el factor cuya dotación en la economía ha crecido.

La ubicación de la línea LCP sobre el punto E' de la curva de transformación del gráfico 1.3 nos permite la rápida identificación de los efectos que tiene este tipo de desplazamiento de la curva de transformación sobre las cantidades producidas de X e Y en relación a otros patrones de crecimiento.

(ii) $\Delta K/\Delta L = u_X{}^*$

El análisis de este caso tiene su encanto en la medida en que permite un desplazamiento esencialmente "paralelo" de la curva de transformación, como se desprende de la observación de la línea LCP del gráfico 1.6 (a). Esta singular característica se desprende de la condición de pleno empleo de los factores de producción, pues la única forma en la que puede cumplirse esa condición cuando $\Delta K/\Delta L = u_X{}^*$ sin variar el precio relativo de los factores consiste en que la variación en la dotación de ambos factores sea completamente absorbida por la industria X. Unicamente bajo estas condiciones no existirá incentivo alguno para trasladar recursos de una industria a otra. Geométricamente el procedimiento empleado es idéntico al caso anterior: se toman las cantidades $O_{Y2}E$ y $O_{Y2}F$ (que en este caso son proporcionalmente iguales) y se proyectan sobre las diagonales de las respectivas cajas. Estas cantidades se proyectan sobre el eje de ordenadas, produciendo la cantidad OY_J; de manera similar, la nueva cantidad producida de X (O_XF) es llevada a la diagonal principal de la nueva caja, y de allí a la diagonal principal original (de forma de poder comparar las cantidades producidas antes y después del crecimiento). La nueva curva de transformación pasa por el punto F, y tiene una forma similar a la curva original, pero 'desplazada' hacia la derecha (horizontalmente) usando como eje de desplazamiento a la línea LCP. Por cierto que el análisis heurístico aplicado para el caso anterior no será demandado en este punto simplemente debido a que no se produce un exceso de oferta de factor que, al afectar a la relación (w/r), modifique los costos de oportunidad de la economía. Se aplica simplemente lo que ya hemos dicho: que no existe ninguna razón para expandir o contraer industrias cuando se está en el punto E' porque este es un punto para el cual se cumplen las condiciones del equilibrio general.

Gráfico 1.6

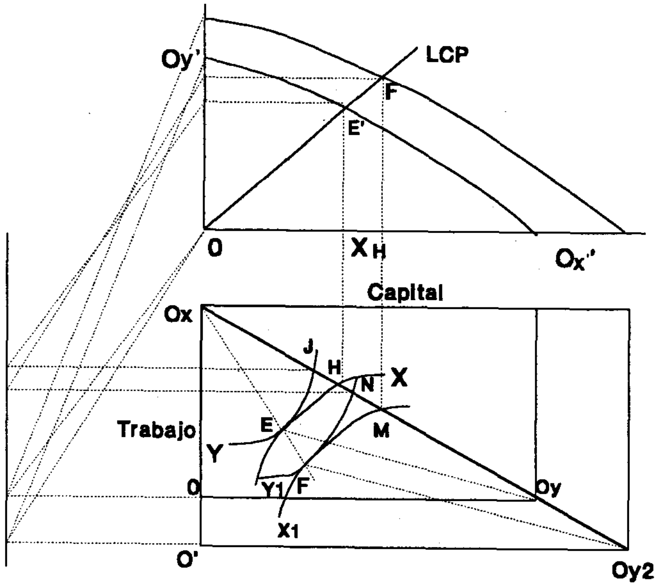


(iii) $\Delta K/\Delta L = u^0$

Este caso tal vez sea el más sencillo, pues simplemente lo que debe suceder para que no se produzcan excesos de demanda de los factores (y por consiguiente no se produzcan variaciones en los precios relativos de los bienes que conlleven a reasignaciones factoriales entre las industrias) es que las industrias expandan su output en la misma proporción en la que venían produciendo antes del crecimiento.

En la gráfica 1.7 esto se observa en la pendiente de la línea LCP, y en el hecho de que se puede comprobar geométricamente que la razón de crecimiento de la producción de ambos bienes es la misma.. Comprobamos esto al observar que los triángulos O_YEO_X y $O_{Y2}FO_X$ son congruentes, con lo que los incrementos en la producción de ambos bienes, por el teorema de Tales, son equiproporcionales.

Gráfico 1.7



Los casos restantes pueden ser expresados como una combinación de los anteriores. Los casos (v), y (iii) deben tratarse de modo idéntico a los casos (i) y (ii), respectivamente, salvo que cambian los roles que adopta cada uno de los bienes. El caso (vi) puede descomponerse en dos partes, como se puede observar en la sección (c) del gráfico (1.3): un caso de crecimiento de sólo uno de los bienes (caso ii) consistente en el paso del vértice O_Y al punto O_{Y2}', y un caso de crecimiento de sólo uno de los factores (caso i), consistente en el paso del vértice O_{Y2}' al punto O_{Y2}. El caso (ix) es idéntico a éste, salvo que cambian los roles que adopta cada uno de los bienes. El caso (vii) puede descomponerse en dos casos: uno de crecimiento proporcional de ambos bienes (caso iii), consistente en el paso del vértice OY al punto O_{Y3}' y un caso de crecimiento de sólo uno de los factores (caso i), consistente en el paso del vértice O_{Y3}' al punto O_{Y3}. El caso (viii) es igual a éste, salvo que cambian los roles que adopta cada uno de los bienes.

Conviene agregar, finalmente, una solución general al problema de las variaciones en la dotación factorial de la economía[8]. Partiendo de nuevo de las restricciones de capital y trabajo expresadas en las ecuaciones

---

8 Esta demostración pretende dar soporte análitico a una expresión que aparece en Chacholiades (1978, p. 341) sin prueba, y que dice "Para una relación dada de precios factoriales, la razón X/Y depende sólo de la dotación factorial de la economía μ".

$$a_{LX^*}\, X + a_{LY^*}\, Y = L \tag{20}$$

$$a_{KX^*}\, X + a_{KY^*}\, Y = K \tag{21}$$

dividiendo (20) entre (21) tendremos

$$\frac{L}{K} = \frac{a_{LX^*} + a_{LY^*} Y}{a_{KX^*} X + a_{KY^*} Y} = \mu \tag{22}$$

despejando la razón (X/Y)

$$(X/Y) = \frac{a_{LY^*} - a_{KY^*} \mu}{a_{KX^*} \mu - a_{LX^*}} \tag{23}$$

diferenciando la expresión (23) con respecto a μ

$$\frac{\delta(X/Y)}{\delta\mu} = \frac{[-a_{KY^*}\, (a_{KX^*}\mu - a_{LX^*}) - a_{KX^*} (a_{LY^*} - a_{KY^*} \mu)]}{(a_{KX^*}\mu - a_{LX^*})^2}$$

$$\frac{\delta(X/Y)}{\delta\mu} = \frac{1}{(a_{KX^*}\mu - a_{LX^*})^2}[a_{KY^*}\, a_{LX^*} - a_{KX^*}\, a_{LY^*}] \tag{24}$$

pero sabemos que el numerador de la expresión (24) es mayor que cero, pues X es intensivo en trabajo, y ya lo habíamos expuesto formalmente en la ecuación (12 a). De modo que

$$\frac{d(X/Y)}{d\mu} > 0 \tag{25}$$

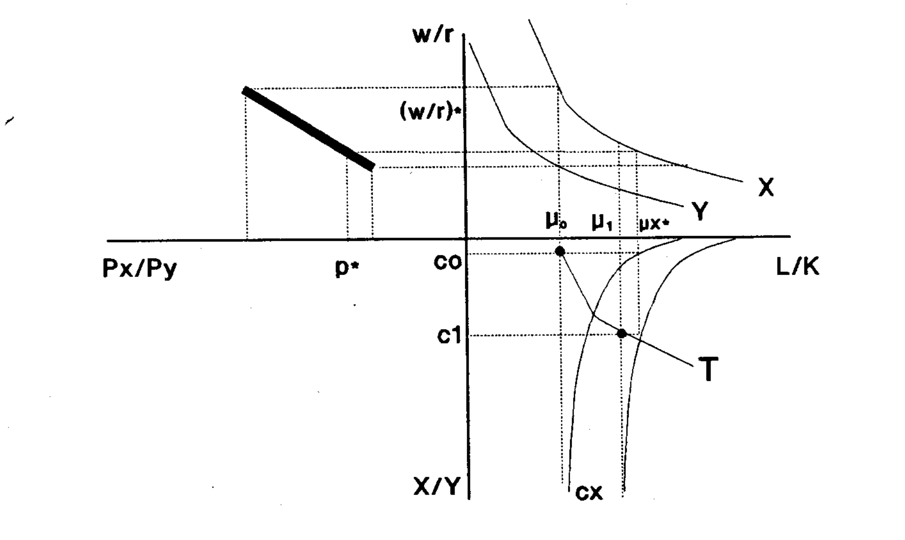
como queríamos demostrar. Podremos observar esta solución gráficamente luego de introducir en el gráfico (1.2) un cuadrante en el que observaremos la relación entre (X/Y) y μi. Las curvas c(μX) y c(μY) miden las variaciones que se producen en la relación X/Y como consecuencia de los cambios de las intensidades factoriales usadas en la producción de los bienes cuando varía el precio relativo de los factores, manteniendo fija la dotación factorial de la economía[9]. Examinemos la curva c(μX). El precio relativo del trabajo $(w/r)_1$ es consistente con un precio (pX/pY) lo suficientemente bajo como para invitar a la economía a especializarse en la producción del bien Y. Por ello la relación X/Y es igual a cero. Alternativamente, un incremento en el precio relativo de X ocasiona una reasignación en la producción en favor de la industria X. La expansión en X origina un exceso de demanda del factor trabajo (o de oferta del factor capital), pues éste (el trabajo) es liberado por la industria Y en proporciones menores a las requeridas por la industria

9 No conseguimos estos gráficos en la literatura consultada. Sin embargo, en Caves-Johson (1971, p. 43) Robinson (1956) presenta líneas similares, pero aplicadas a la relación entre precios de bienes y precios de factores.

X para su expansión. Esto produce un encarecimiento relativo del trabajo, y ello un debilitamiento de las intensidades factoriales usadas en la producción de ambos bienes. En la medida en que la intensidad factorial de X se acerca a la dotación factorial de la economía crece la relación X/Y, hasta que ésta tiende a infinito. Un análisis idéntico se puede aplicar en la interpretación de la curva c(μY).

Las variaciones en la dotación factorial se observan en la gráfica (1.8), en la que, dada una relación de precios internacionales invariante, aumentos en el cociente μ = L/K desplazan hacia la derecha las líneas c(μX) y c(μY) (en el gráfico sólo se presenta la línea c(μX), de modo de facilitar la exposición. Debe tenerse en cuenta que no importa cuál línea se emplee, pues los resultados son los mismos). En efecto, para una dotación como m_1 la economía eleva su abundancia factorial tanto en términos físicos como económicos, pues el nuevo rango de precios relativos de los factores se ha desplazado hacia abajo, de la región A_0B_0 a la zona A_1B_1. Esto hace que, para un precio relativo de los factores dado $(w/r)_1$ el cociente X/Y deba ser mayor que en la situación anterior al crecimiento: la cantidad OC_0 es menor que la cantidad OC_1 en el gráfico 1.8. Finalmente, podemos ver la expresión gráfica de las ecuaciones (23) y (24) en el locus T, el cual es comparable en cuanto a contenido informacional a la línea que hemos denominado línea crecimiento-producción (LCP)[10].

Gráfico 1.8

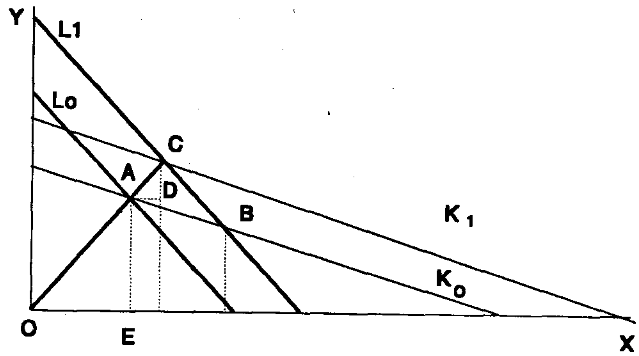


10 Hemos olvidado que, en el caso en que sólo crece uno de los factores, la línea LCP se convierte en la línea de Rybczynski que permite el análisis del crecimiento de este factor. En los demás casos, la línea LCP se convierte en la suma de los vectores que se encuentran sobre las líneas de Rybbczynski determinando las variaciones en la producción de ambos bienes ante cambios

Con esto damos por terminada la revisión de los efectos que los cambios en la dotación factorial tienen sobre el equilibrio en la producción dentro de nuestro país pequeño.

---

en las dotaciones de ambos factores. Véase ello en el siguiente gráfico, en el que se presentan (para mayor claridad expositiva) el caso (i) y el caso (iii).



Para el caso (i) se observa sin dificultad que K_0 es la línea de Rybczynski que permite examinar el efecto del crecimiento paramétrico en el factor trabajo sobre la producción de ambos bienes, resultando en un incremento en la producción de X (trabajo intensivo) y una disminución en la producción de Y. A la vez el vector AB nos permite construir la línea LCP. LCP y la correspondiente línea de Rybczynski son, en este caso, una y la misma. El caso (iii) es aquel en el que crece la producción de ambos bienes en la misma proporción, hasta alcanzar un punto como C (que las proporciones son idénticas se deriva del hecho de que los triángulos OAE y ADC son semejantes). Este nuevo punto C puede ser alcanzado mediante un incremento en la dotación de trabajo correspondiente al paso de la restricción L_0 a L_1, y un incremento en la dotación de capital observada en el paso de la línea K_0 a K_1. La línea de Rybczynski relevante para el estudio del paso del punto A al punto B (de la restricción L_0 a L_1), ya lo dijimos, es K_0, y el vector AB expresa los cambios en la producción de X e Y manteniendo los precios relativos constantes. La línea de Rybczynski relevante para el estudio del paso del punto B al punto C (de la restricción K_0 a K_1) es la línea L_1, y el vector BC expresa los cambios en el equilibrio de la producción, ceteris paribus los precios. Podemos ver que el vector AC, que permite la construcción de la línea LCP es una suma de los vectores AB y CD. Lo que queríamos demostrar.

Bibliografía

CHACHOLIADES, M. (1978). *International trade theory and policy*. Mc Graw-Hill.

ETHIER, W. (1988). *Modern international economics*. Norton. 2º ed.

FINDLAY, R. (1984). "Growth and development in trade models", en *Handbook of International Economics*, Vol.I, Editado por R. Jones y P. Kenen. Elsevier Science Publishers.

HELLER, H. (1973). *Comercio Internacional*. Teoría y evidencia empírica. Tecnos.

JOHNSON, H. (1959). "Desarrollo económico y comercio internacional", en Caves, R.- Johnson, H. (1971). *Ensayos de economía internacional*. Amorrortu.

KRAUS, M.- JOHNSON, H. (1977). *Análisis del equilibrio general. Manual de Microeconomía*. Labor.

ROBINSON, R. (1956). "Proporción de factores y ventaja comparativa", en Caves-Johnson (1971).

RYBCZYNSKI, T. (1955). "Dotación de factores y precios relativos de los bienes" en Caves-Johnson (1971).

SAMUELSON, P. (1949). " Algo más sobre la igualación de los precios de los factores", en Caves - Johnson (1971).

SILBERBERG, E. (1990). *The structure of economics: a mathematical analysis*. Mc Graw-Hill.

WINCH, D. (1971). *Economía Analítica del Bienestar*. Alianza.