

Lo que no vió Stillman Drake en Galileo Parte I

Ing. Joseba A. Lascurain

Ingeniero Civil, Industrial (UCAB) Master of Science (Harvard)
Profesor Titular (UCAB)

INTRODUCCIÓN

Este genio de la investigación histórico-científica, vino a ser uno de mis autores favoritos leyendo sus meticulosos artículos sobre las obras de Galileo, publicados a lo largo de los años en los substanciosos trabajos que suele divulgar Scientific American.

Haciendo una revisión por Internet y la conexión, vía Amazon.com, encontré hace pocos días que se le ha publicado a Stillman Drake hasta 29 obras sobre sus investigaciones y ensayos acerca de los trabajos científicos, religiosos, físicos, geométricos, astronómicos y filosóficos de Galileo.

Realmente son pocos los autores que pueden aportar tales indagaciones sobre la vida y los hechos de un solo hombre dedicado a la exploración de los fenómenos científicos resaltantes de su época.

A las personas interesadas les debo indicar, que pueden encontrar una selecta lista de las obras de Stillman Drake en la bibliografía anexa a este artículo.

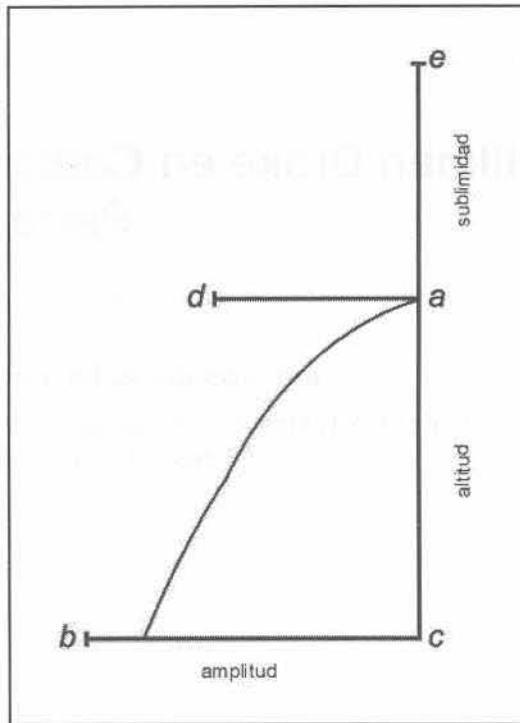
Para estimular las imágenes sobre los datos que sus documentos transmiten al curioso, en Diciembre del 2000, recibí un hermoso regalo que me devolvió el sentimiento de humanidad que aún trato de preservar, a pesar de los disgustos con mi personaje Galileo, al confrontar yo mismo información matemática que no parece confirmar todo lo que se ha dicho de bueno de Galileo Galilei. Leer el libro: *Galileo's Daughter: A Historical Memoir of Science, Faith and Love*, escrito

por la famosa Dava Sobel autora de la renombrada obra *Longitude*.

Como resultado de esa confrontación anímica, puse a funcionar mis recuerdos por algunas investigaciones realizadas sobre el curioso personaje, de manera que esta Parte I es la primera entrega de un buen número de cálculos y conclusiones inéditas sobre **Lo que no vió Stillman Drake en Galileo**.

Además, dedico este artículo a mi profesor en la UCAB para la cátedra de Filosofía de la Ciencia Dr. José Burgos, quien despertó en mi la curiosidad sobre los métodos aplicados para conocer la verdad científica y motivó aun más mi interés por Galileo.

Prefacio: Estudiando la obra póstuma de Galileo Galilei, publicada en Leyden en el año 1638, titulada "Diálogos sobre Dos Nuevas Ciencias", se encuentra en su CUARTO DIA del diálogo entre Sagredo, Salviati y Simplicio el tema: "el movimiento de proyectiles", el cual contiene el "Teorema II, Proposición III" con la siguiente deficiencia referida al esquema adjunto: <<Se recuerda al lector que arriba he llamado a la línea *cb* "amplitud" de la semiparábola *ab*; el eje *ac* de esta parábola, yo la he llamado su "altitud"; pero la línea *ea* la caída a lo largo que determina la velocidad horizontal yo la he llamado "sublimidad". Habiendo sido explicados estos asuntos yo procedo con la demostración>>.... les ruego a mis lectores que sigan leyendo!!!;



LA PRECISIÓN DE LOS CÁLCULOS GALILEANOS

Se realizó un análisis numérico comparativo del PROBLEMA. Proposición XII del cuarto libro (Cuarto día) de Galileo en sus *Diálogos sobre Dos Nuevas Ciencias*, debido a que en su demostración contiene tablas numéricas que permiten determinar la distancia (amplitud) y altura (sublimidad) de las semiparábolas que alcanzan los proyectiles, con la misma velocidad (impetur) inicial, en función de los ángulos de elevación que van de 1° a 90° (Ver extractos de la tabla en la copia de las pp. 287 y 288 de sus *Diálogos*, que siguen más adelante).

La idea detrás de este ensayo, era la de constatar la precisión de los cálculos contenidos en dicha tabla, con respecto a los resultados obtenidos usando un moderno programa Excel-97 en comparación efectuada en Diciembre de 1997.

Los resultados y las diferencias encontradas tanto para la determinación de la Altitud y la Sublimidad, son realmente sorprendentes y se demuestra en las tres hojas de Excel-97 tituladas "**Tabla para calcular Altitudes y Sublimidades de Parábolas de constante Amplitud**". Publicada en Leyden en 1638. Esta tabla, contiene las columnas A, B, C, D, E, F, y G las cuales muestran los siguientes valores:

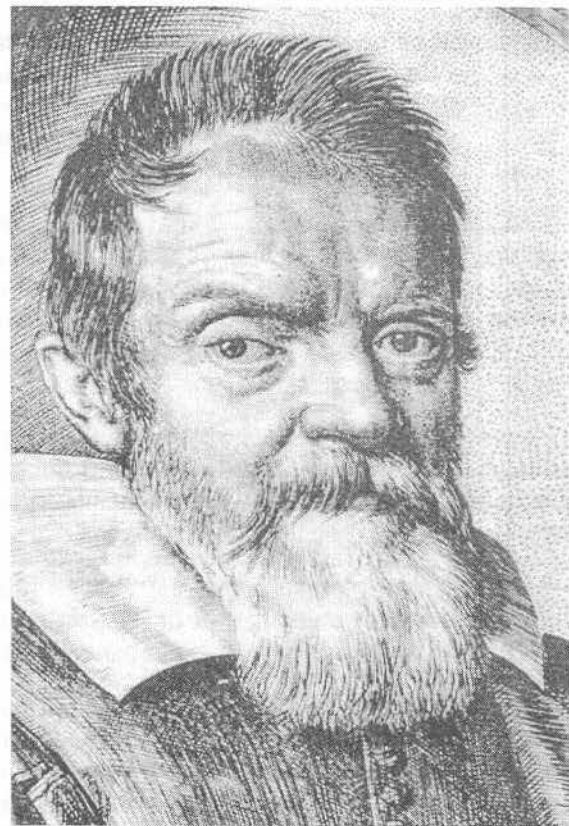
1) Columna A (Angulo de Elevación \hat{a} , en grados) de la trayectoria del lanzamiento de un proyectil). Viene

a ser el ángulo que forma la tangente localizada en el punto de impacto en el piso de un cuerpo lanzado con la misma velocidad inicial desde el apex de la semiparábola.

2) Columna B (Altitude Excel-97 en unidades) están dados los valores correspondientes a la función trigonométrica = $\text{TAN}(\pi \times \hat{a} / 360) \times 10.000$ (según lenguaje matemático del programa Excel-97). De la misma manera la Columna C contiene los valores de la **Sublimidad = $(1/2 \text{ Amplitud})^2 / \text{Altitud}$**

3) Columna D y Columna E están dados los valores de Altitud (Altitude) y Sublimidad (Sublimity), calculados por Galileo y transcritos por medio de lectura óptica para evitar error humano de lecturas.

4) Columna F contiene las diferencias entre los valores calculados en la columna B (Excel) y la columna D (Galileo) y la Columna G que contiene las diferencias entre los valores de la columna C (Excel) y la Columna E (Galileo)



Galileo Galilei - Grabado de 1624

Ver Proposición XII en el libro titulado *Two New Sciences by Galileo*, Dover Publications Inc, New York (First publication 1954) <<Para computar y tabular las amplitudes de todas las semiparábolas que son descritas por proyectiles lanzados con la misma velocidad>> pp.301 de la obra publicada por MacMillan Company, traducida por Henry Crew y Alfonso de Savio.

TABLA PARA CALCULAR ALTITUDES Y SUBLIMIDADES DE PARABOLAS						
Tabla para obtener Altitudes y Sublimidades de Parábolas de constante Amplitud, es decir 10.000 unidades, calculadas para cada grado de elevación según Excel 97 y Galileo 1635						
A	B	C	D	E	F	G
° Angulo	Excel Dic 97	Excel Dic 97	Galileo	Galileo	Diferencia	Diferencia
Elevación	Altitude	Sublimity	Altitude	Sublimity	Alt[(B)-(D)]	Sub[(C)-(E)]
1	87	286450	87	286533	0	-83
2	175	143181	175	142450	0	731
3	262	95406	262	95802	0	-396
4	350	71503	349	71531	1	-28
5	437	57150	437	57142	0	8
6	526	47572	525	47573	1	-1
7	614	40722	614	40716	0	6
8	703	35577	702	35587	1	-10
9	792	31569	792	31565	0	4
10	882	28356	881	28367	1	-11
11	972	25723	972	25720	0	3
12	1063	23523	1063	23518	0	5
13	1154	21657	1154	21701	0	-44
14	1247	20054	1246	20056	1	-2
15	1340	18660	1339	18663	1	-3
16	1434	17437	1434	17405	0	32
17	1529	16354	1529	16355	0	-1
18	1625	15388	1624	15389	1	-1
19	1722	14521	1722	14522	0	-1
20	1820	13737	1820	13736	0	1
21	1919	13025	1919	13024	0	1
22	2020	12375	2020	12376	0	-1
23	2122	11779	2123	11778	-1	1
24	2226	11230	2226	11230	0	0
25	2332	10723	2332	10722	0	1
26	2439	10252	2439	10253	0	-1
27	2548	9813	2547	9814	1	-1
28	2659	9404	2658	9404	1	0
29	2772	9020	2772	9020	0	0
30	2887	8660	2887	8659	0	1
31	3004	8321	3008	8336	-4	-15
32	3124	8002	3124	8001	0	1
33	3247	7699	3247	7699	0	0
34	3373	7413	3373	7413	0	0
35	3501	7141	3501	7141	0	0
36	3633	6882	3633	6882	0	0
37	3768	6635	3768	6635	0	0
38	3906	6400	3906	6395	0	5
39	4049	6174	4049	6174	0	0
40	4195	5959	4196	5959	-1	0
41	4346	5752	4346	5752	0	0

42	4502	5553	4502	5553	0	0
43	4663	5362	4662	5362	1	0
44	4828	5178	4828	5177	0	1
45	5000	5000	5000	5000	0	0
46	5178	4828	5177	4828	1	0
47	5362	4663	5363	4662	-1	1
48	5553	4502	5553	4502	0	0
49	5752	4346	5752	4345	0	1
50	5959	4195	5959	4196	0	-1
51	6174	4049	6174	4048	0	1
52	6400	3906	6399	3906	1	0
53	6635	3768	6635	3765	0	3
54	6882	3633	6882	3632	0	1
55	7141	3501	7141	3500	0	1
56	7413	3373	7413	3372	0	1
57	7699	3247	7699	3247	0	0
58	8002	3124	8002	3123	0	1
59	8321	3004	8332	3004	-11	0
60	8660	2887	8600	2887	60	0
61	9020	2772	9020	2771	0	1
62	9404	2659	9403	2658	1	1
63	9813	2548	9813	2547	0	1
64	10252	2439	10251	2438	1	1
65	10723	2332	10722	2331	1	1
66	11230	2226	11230	2226	0	0
67	11779	2122	11779	2122	0	0
68	12375	2020	12375	2020	0	0
69	13025	1919	13025	1919	0	0
70	13737	1820	13237	1819	500	1
71	14521	1722	14521	1721	0	1
72	15388	1625	15388	1624	0	1
73	16354	1529	16354	1528	0	1
74	17437	1434	17437	1433	0	1
75	18660	1340	18660	1339	0	1
76	20054	1247	20054	1246	0	1
77	21657	1154	21657	1154	0	0
78	23523	1063	23523	1062	0	1
79	25723	972	25723	972	0	0
80	28356	882	28356	881	0	1
81	31569	792	31569	792	0	0
82	35577	703	35577	702	0	1
83	40722	614	40222	613	500	1
84	47572	526	47572	525	0	1
85	57150	437	57150	437	0	0
86	71503	350	71503	349	0	1
87	95406	262	95405	262	1	0
88	143181	175	143181	174	0	1
89	286450	87	286499	87	-49	0

Ahora bien, la pregunta que nos hicimos fue: ¿Cómo pudo Galileo, calcular y verificar los resultados contenidos en su tabla con los procedimientos matemáticos a su alcance en la época?

Se consideraron las siguientes Hipótesis:

- 1) La preparó, calculó y verificó directamente sin ayuda de ningún tipo de Tablas numéricas
- 2) La preparó utilizando cálculo aritmético/geométrico con la ayuda de Tablas logarítmicas.
- 3) La preparó utilizando cálculo aritmético/geométrico con la ayuda de Tablas trigonométricas, ampliamente usadas en la época

DE ESTAS HIPÓTESIS Y OTRAS CONSIDERACIONES

Sobre la Hipótesis primera:

Nos resulta inverosímil que Galileo, a punto de quedar totalmente ciego, pudiera haber calculado todos y cada uno de los pasos necesarios para llegar a obtener los resultados analizados. Además hay que considerar que, si era tan meticuloso, debía haber usado alguna tabla, genuinamente confiable, comparativamente fácil de utilizar, y con su auxilio verificar los resultados obtenidos.

¿Cómo resolvía esto?. La historia señala en su biografía, que Vincenzo Viviani entró al servicio de Galileo en 1639, Evangelista Torricelli fue contratado en 1641, Galileo se encontraba mal de la vista; en el año 1637 pierde la visión total del ojo derecho y al año siguiente queda totalmente ciego. Su hijo Vincenzo se mantuvo a su lado hasta su muerte Su última obra se publicó en Leyden en 1638 (En el año 1637 estaba terminada pero le faltaba el título, la dedicatoria y el índice) y el año 1639 publican una traducción al Francés.

Quiénes y cómo ayudaron en los minuciosos cálculos, tan largos y <<tediosos-según sus propias palabras>> para esa época?, No resulta plausible esta primera Hipótesis.

Sobre la Hipótesis segunda:

Aquí tenemos que considerar que fue el matemático John Napier quien en su obra *Canonis Descriptio*, 1614 publicó las primeras tablas logarítmicas. Henry Briggs efectuó la primera compilación de la tabla de logaritmos comunes (es decir con base 10)

La forma de calcular los logaritmos en la época y construir las tablas consistía en calcular los valores entre dos exponentes en intervalos muy cortos para obtener el número requerido, así pues: $10^0 = 1$ $10^1 = 10$ $10^2 = 100$ etc. De manera que para obtener, por ejemplo, el logaritmo de 2 = 0,3010300 (y se requerían 7 decimales para lograr buenos cálculos astronómicos) había que ir reduciendo poco a poco los exponentes de la base hasta lograr igualar el resultado al número deseado. Claro está que una vez conocido el logaritmo, en forma tabulada, las operaciones aritméticas fundamentales de multiplicar y dividir, y extracción de raíces se simplificaban enormemente, obteniendo en las mismas tablas el antilogaritmo de las sumas o restas de los logaritmos involucrados, y por consiguiente las respuestas deseadas. Además este conjunto de valores, eran: verificables, constantes, y de aplicación eterna. ¡¡Qué labor tan agotadora, tesonera y admirable la de los calculistas!!!

La tabla más antigua de logaritmos con siete cifras fue la de Sherwin, publicada en Londres en 1705 y contenía los logaritmos desde el número 1 al 101.000 y, además, incluía los valores de senos, cosenos y tangentes de ángulos con intervalos de minuto a minuto y sus logaritmos correspondientes. Gardiner en el año 1741 preparó una tercera edición de las tablas de Sherwin con intervalos de 10 a 10 segundos.

Hasta nuestros días de estudiantes de ingeniería (mitad del siglo XX) utilizamos las tablas de logaritmos del Baron von Vega en su 40^{va} edición. Eran tan precisos estos cálculos que una comparación con el *Thesaurus logarithmorum* de von Vega hecha por Lipsiae en 1794 *Thesaurus logarithmorum completus* dejó fuera aquellos logaritmos que consideró dudosos, con 10 decimales de precisión y terminarían en 500, de manera que fueron recalculados hasta con 15 decimales .

Volviendo a nuestro Galileo , es difícil pensar que éste pudiera haber refinado de tal manera su minuciosidad que reprodujera sus propias tablas logarítmicas y/o trigonométricas. En consecuencia,, como las tablas de logaritmos de Napier se publicaron muy cerca de la fecha de publicación de los *Diálogos* deja firme la duda si las usó directamente.

Por último, estas reflexiones parecen señalar que Galileo no pudo utilizar tablas logarítmicas integradas con funciones trigonométricas; estas últimas, de antiquísima data, como demostraremos en la hipótesis tercera que sigue a continuación.

Sobre la Hipótesis tercera:

La reducción histórica, nacimiento y evolución, de las tablas trigonométricas es admirable y fascinante; he aquí su secuencia:

Cerca del año 150 A.C., Hiparco* logró resolver triángulos con una tabla trigonométrica que obtenía las cuerdas de la circunferencias. Su tabla se iniciaba con el ángulo $7\ 1/2^\circ$ y en 48 pasos llegaba hasta los 360° . Esta tabla es equivalente a la moderna función $\text{seno}(x)$. El valor del radio de la circunferencia aplicada a su tabla no fue conocido; pero 300 años más tarde, Pitágoras tomó un radio igual a 60, porque los griegos habían adoptado la geometría Babilónica y la cifra de 60.

El *Almagest* de Tolomeo contiene una tabla similar a la de las cuerdas con ángulos de 0° a 180° y pasos de medio grado y con precisión de $1/360$ de una unidad, y explica el método para construir la tabla, así como instrucciones para obtener otras partes de los triángulos, y llegó a resolver valores de los triángulos esféricos.

Por años y siglos, la trigonometría fue el curso introductorio en la enseñanza de la astronomía en el continente europeo.

Adelante en el tiempo, los Musulmanes, herederos de la tradición griega, y también los Hindúes, escogen la función seno en el siglo VIII. y para finales del siglo X ya habían completado tablas de las seis funciones trigonométricas: seno, coseno, tangente, cosecante, secante y cotangente, que las utilizaban para determinar la dirección de la Meca. Además cambiaron su estructura, al tomar el radio de la circunferencia igual a una (1) unidad, en lugar del radio igual a 360, y fueron tablas de una gran precisión. En el poniente de Europa se inició, en el siglo XII, un movimiento de avance en trigonometría usando estas tablas.

El astrónomo alemán Johann Müller introdujo el concepto de función trigonométrica como relaciones, en lugar de longitudes de ciertas líneas.

El francés François Viète introdujo en la trigonometría esférica el triángulo polar y creó fórmulas (expresiones en lugar de ecuaciones) que resolvían

las funciones de seno (ng) y de sus potencias. A comienzos del siglo XVII, John Napier construyó tablas logarítmicas y escribió 10 reglas para calcular ángulos esféricos.

Newton, casi un siglo después (XVIII) representa las funciones trigonométricas como conjuntos en series de potencias de "X" y encontró las series que resuelven los: seno (X) coseno (X), y tangente (X).

Leonhard Euler las representa en números complejos, de manera que la trigonometría, viene a ser una manifestación más de la teoría de los números complejos y consecuencia de la aritmética de tales números.

Hoy día, a fines del siglo XX, la trigonometría queda encartada en otro capítulo importante de los avances logrados en matemáticas, al fundirse con la teoría de las geometrías no-Euclidianas (años 20 del siglo XIX) del ruso Lobachevsky, el alemán Riemann y el húngaro Bolyai... su relación con la geometría diferencial, y a la comprensión de la teoría de la relatividad general y especial de Einstein, con sus espacios (manifolds) cuatri dimensionales y sus consecuencias sobre las más recientes teorías unificadas de las fuerzas (Ashtekar, Abhay (Hindú)- Una nueva forma de la teoría de la Relatividad, oficialmente publicada en 1986, y la teoría de los espacios texturados de lazos de Ashtekar, Rovelli y Smolin, en la última década del siglo XX.

A dónde vamos a parar.....?

Como resultado de este análisis, cabe suponer con mayor posibilidad de acercamiento a la verdad histórica, que Galileo utilizó tablas trigonométricas, ampliamente conocidas en ese entonces- como lo hemos demostrado- en alguna fase de sus cálculos aplicadas a la determinación de las trayectorias de los proyectiles, Es curioso sin embargo, que en los *Diálogos* (que según carta a Belisario Vita (7/5/1610) menciona que tiene elaborados numerosas piezas de tres libros sobre una nueva ciencia dedicada a la teoría del movimiento) y que luego, 28 años después, completó con la obra más importante de su vida, **y que contiene 313 páginas, no haya una sola palabra sobre logaritmos ni de trigonometría. Sin embargo hay una sola pista**

En la página 282 del libro *Two New Sciences* by Galileo (Dover Publications, Inc, New York 1954) al desarrollar el PROBLEMA: Proposición II está escrito lo siguiente (el subrayado es nuestro):

<<Supongamos que 10.000 es la mayor amplitud para una parábola cuyo ángulo de elevación es 45° ;

(*) Hiparco fue un brillante astrónomo griego (190 a 120 A.C) quien, entre otras notables proezas, calculó el ángulo de la eclíptica de la tierra. Calculó el año tropical, la precesión de los equinoccios, la longitud del año medida desde el sol (con apenas 6,5 minutos de diferencia). Clasificó y calculó el brillo de unas 1000 estrellas del firmamento. Sus tablas trigonométricas fueron incluidas por los astrónomos de su época, tal como en el *Almagest* de Tolomeo en Alejandría.

ésta, entonces será la longitud de la línea **ba** y la amplitud de la semiparábola **bc**. Este número, 10.000, es seleccionado porque en estos cálculos nosotros hemos empleado una tabla de tangentes en la cual este es el valor de la tangente de 45° >> (El subrayado es nuestro),

Ecolo qui. ¡¡ Jerónimo!!

Con este encuentro se confirma nuestra Hipótesis tercera, y con ella se puede concluir el análisis acerca de la Precisión de los cálculos de Galileo.

CONCLUSIONES

En la tabla se observa que la precisión del cálculo de la Altitud usando Excel 97 versus Galileo 1635 es la siguiente :

1) De un total de 89 valores hay 5 errores importantes en la columna F de la Tabla Galileana

(No se tomó en cuenta los 90°)

2) Aquí hicimos un descubrimiento que posiblemente nadie lo había detectado: Para los ángulos comprendidos entre 59° y 89° lo que parece un error de cálculo Galileano no lo es tal (Los 5 errores en la columna G en la tabla comparativa se detectaron para los ángulos de 59°, 60°, 70°, 83° y 89°) son errores de **transcripción de/a los grabadores de las planchas Gutenberg - o del mismo Galileo**, que han ido cabalgando en el tiempo, desde el momento de su publicación el año 1635 hasta nuestros días.

La razón de ser de esta conjetura robusta, es porque para obtener la columna F Galileana que determina las Sublimidades, Galileo utilizó los valores calculados, correctamente, de las amplitudes entre 59° y 89° que, por otra parte, están perfectamente bien calculados según la comparación demostrada en la columna G.

3) Galileo se equivocó en el cálculo de la Sublimidad de las semiparábolas para ángulos de tiro comprendidos entre 1° y 16°, entre los que se encuentran 15 valores malos de un total de 89 valores transcritos.

4) Así fueron las precisiones y las imprecisiones de los cálculos de Galileo !!

BIBLIOGRAFÍA DE ALGUNAS OBRAS DE STILLMAN DRAKE

- Galileo: A Very Short Introduction.
- Galileo.
- Galileo at Work.
- Galileo Galilei.
- Cause, Experiment, and Science.
- Cause, Experiment, and Science: A Galilean Dialogue, Incorporating a New English Translation of Galileo's Bodies That Stay Atop Water, or Move in It.
- On Motion & on Mechanics (medieval Science Publication Series).
- Dialogue Concerning the Two Chief World Systems: Ptolemaic and Copernican, 1967.
- Galileo Studies, Personality, Tradition and Revolution, 1970.

- Discoveries and Opinions of Galileo: Including the Starry Messenger (1610) Letter to the Grand Duchess Christina.
- Telescopes, Tides and Tactics: A Galilean Dialogue About the Starry Messenger and Systems of the World, 1983.
- History of Free Fall: Aristotle to Galileo, With an Epilogue on Pi in the Sky, 1989
- Nature, Experiments and the Sciences: Essays on Galileo and the History of Stillman Drake (Boston Studies in the Philosophy Of), 1990.
- Galileo: Pioneer Scientist , 1994.
- Galileo at Work: His Scientific Biography, 1995.
- Dialogue Concerning the Two Chief World Systems (Physics).
- Galileo, Science and the Church, 1998.
- Galileo (Past Masters Series).
- Mechanics in Sixteenth Century Italy.