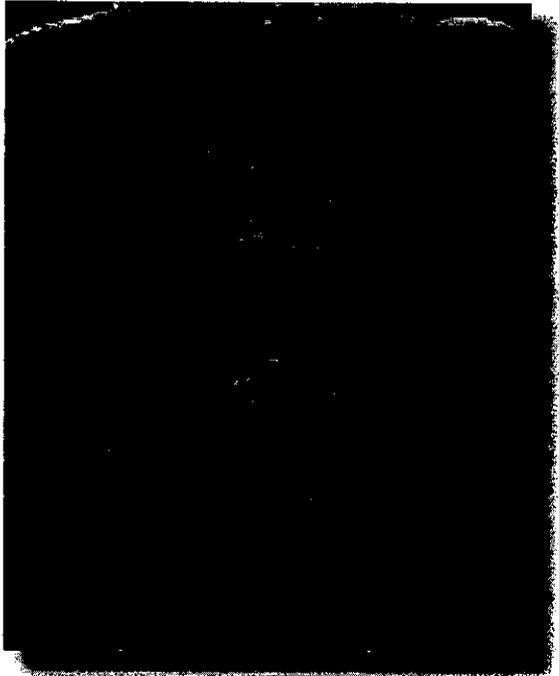


**Jesús Hernáez**



LA REGLA DE LA DOBLE NEGACIÓN  
NO ES UNA REGLA PRIMITIVA  
(Y OTROS JUEGOS FLORALES AL  
RESPECTO)

## RESUMEN

Suponiendo que la división entre reglas primitivas y derivadas del cálculo de enunciados, es una división sostenible, defiendo que la regla de eliminación de la doble negación no es una regla primitiva. Indico también la solución y una crítica a dicha solución, que después matizo convenientemente.

**Palabras claves:** Reglas de la lógica de enunciados, doble negación, eliminación de dos conectivas distintas, eliminación de dos conectivas iguales.

## ABSTRACT

Assuming that the division of rules in primitive and derivate in the propositional calculus is acceptable, we defend that the double negative elimination rule is not a primitive one. We also indicate what the solution to this problem is as well as indicating the possible problems this solution presents, which at the end is explained in more detail.

**Key words:** Proposition logic rules, double negative, elimination of two different connectives, elimination of two equal connectives.

Que la regla de la doble negación no es una regla primitiva lo sabe cualquiera de los que estamos sentados aquí. Que, sin embargo, es utilizada como sí lo fuera y que incluso es presentada como tal por eminentes lógicos de cuyas obras echamos mano para exponer nuestra materia, no es menos cierto.

Siendo así, ¿a qué, entonces, mi afán por traer a nuestra consideración semejante obviedad? Para contestar a esta pregunta, dividiré mi exposición en dos partes. En la primera hablaré sobre el tema propuesto, y en la segunda extrapolaré algunos aspectos de la primera con el afán de que discutamos sobre algunos asuntos relacionados con la enseñanza de la lógica.

1. Manuales tan acreditados como los de Alfredo Deaño<sup>1</sup> o Manuel Garrido<sup>2</sup>, cuando dan la lista de las reglas primitivas del cálculo de enunciados, colocan la regla de la doble negación como una regla primitiva. Bien sabemos que ellos saben que no debiera ser así. Baste leer, a este propósito, un añadido inserto en la página 13 del primer libro de los citados. Pero sigo, pues no quiero discutir ese punto precisamente, esto es, no voy a discutir con quien no tengo nada que discutir porque, entre otras razones, saben tanto y más que yo y en lo que al punto toca, soy yo quien les debe lo que sabe y no al revés.

Ahora bien, está claro que esa regla, como también la regla derivada conocida con el nombre de *modus tollens* y alguna más, siendo como son reglas derivadas, suelen ser presentadas en algunos libros de lógica como reglas primitivas. Es más, hay más de un libro de lógica

---

1 DEAÑO, Alfredo (1999), *Introducción a la lógica formal*, Madrid, Alianza

2 GARRIDO, Manuel (1991), *Lógica simbólica*, Madrid, Tecnos

que ni se molesta en trazar la simple, útil y correcta división de las reglas en primitivas y derivadas. ¿Por qué? No tengo más respuesta que la siguiente: porque se *facilita* al estudiante la realización de un proceso que de lo contrario sería o un poco más abstruso –si de comprender la regla primitiva se trata–, o un poco más largo –si de resolver un ejercicio se trata– o de evitarse problemas –si de vérselas con algún ejercicio algo complicado se trata.

Durante años, en mi práctica pedagógica, me atuve también a ese modo de proceder echando mano, como casi todos supongo, del sistema de deducción natural de Gentzen, que mis profesores me presentaron en años ya bien pasados y, según creo, más felices para nuestra disciplina. Sin embargo, de un tiempo a esta parte, he cambiado. Con el paso del tiempo he advertido algo tan simple como lo siguiente: al presentar las reglas primitivas, muestro a mis alumnos cómo cada una de ellas es introducida o eliminada por medio del procedimiento establecido. Es claro que si se introduce una conjunción, pongamos por caso, se introduce una conjunción, no dos; es claro que si se elimina una conjunción, se elimina una, no dos, y así siguiendo con cada regla. Pues bien, ¿qué ocurre cuando se presenta la regla de la doble negación como una regla primitiva? Pues que no se elimina una negación, se eliminan dos; y ocurre algo más: por lo general, a mis estudiantes les cuesta nada entender que dos negaciones afirman, hacen la tabla de verdad y ya está. Ahora, ocurre a la vez, si uno se detiene un poco y piensa, que esos mismos alumnos no advierten la *trampa*: en efecto, si introduciendo o eliminando las otras conectivas, ven que lo hacen o introduciendo una o eliminando una mediante la regla primitiva respectiva, ¿por qué rayos no ven que cuando eliminan la doble negación eliminan dos negaciones de una vez y no una? Dicho de otro modo, no hay un solo estudiante que me *eche en cara* la jugada o me pida una explicación sobre por qué el autor de un libro, o yo mismo, procedo de ese modo. No voy a dedicarme a tratar de descifrar semejante simpleza, pero tengo para mí que en este punto, como en tantos otros, los alumnos tiran por lo más llano: si el profesor lo dice, así será y punto. Pues bien, si hay una disciplina en la que esta jugada es nefasta, esa es nuestra disciplina. ¿Por qué digo esto? Pues porque si en una materia en la que cada paso ha de justificarse sin triquiñuelas de ninguna especie ocurre lo que ocurre, ¿qué no pasará en materias en las que pasar de una a otra cosa no obedece al rigor de la lógica y que por ello mismo plantean problemas que ni siquiera suelen ser abordados provistos de las armas sencillas, pero claras y contundentes,

de la lógica más elemental? Apuesto doble contra sencillo a que muchos de nuestros estudiantes no distinguen entre *No se casó con ella porque estaba embarazada* y *No se casó con ella porque estuviera embarazada*; valga el ejemplo del verbo en subjuntivo para ilustrar un punto en el que ahora no entraré.

Volviendo a mi reiterada afirmación de que la regla de la doble negación no es una regla primitiva, esto es, que no es lo más apropiado presentar la eliminación de la negación escribiendo dos negaciones delante de un enunciado para pasar de seguidas a la escritura afirmada de ese enunciado, creo que lo más apropiado es mantener la coherencia del sistema natural que se nos enseña y que por lo general practicamos. Al efecto, nada mejor que presentar las cosas como son y en tal sentido volver a la simpleza de esquemas que encontramos perfectamente resumidos en, por ejemplo, el nunca bien ponderado *Diccionario de filosofía* de Ferrater Mora<sup>3</sup>. Veamos qué hay allí bajo la entrada *deduccion natural*: el esquema de introducción de la negación es éste:

$$\begin{array}{l} p \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ q \wedge \neg q \\ \hline \neg p \end{array}$$

y el esquema de eliminación de la negación este otro:

$$\begin{array}{l} p \wedge \neg p \\ \hline q \end{array}$$

Por cierto, apenas acaba de presentar cada uno de los esquemas para cada regla primitiva, Ferrater prosigue así: *A base de estos esquemas pueden formarse otros cuatro; dos de introducción para '¬' y '↔' y dos de eliminación para las mismas conectivas '¬' y '↔'*<sup>4</sup>. Y ahora sí, a base de (nótese la cláusula, pues ella dice claramente de la

3 FERRATER Mora, José (2001), *Diccionario de filosofía*, Barcelona, Ariel

4 *Ibíd.* p. 793

dependencia de unos esquemas respecto de otros) presenta lo que con toda no-naturalidad varios libros de lógica y algunos de nosotros presentamos como regla primitiva:

$$\frac{\begin{array}{l} p \\ \text{---} \\ \text{-- } p \\ \text{y} \\ \text{-- } p \\ \text{---} \\ p \end{array}}{p}$$

Bien, me parece que con esto he dado por cumplido el primer aspecto al que me dije que me iba a referir en esta ponencia que presento más para la discusión posterior que para otra cosa.

2. Toca, pues, atender al otro punto colocado al inicio de estas líneas. Extrapolaré dos aspectos del anterior apartado para intentar—no sé si lo conseguiré—que conversemos con algún orden sobre asuntos que nos conciernen y, según creo, han de concernirnos bastante más de lo que suelen.

Concedí, por un lado, que presentamos la regla de la doble negación como una regla primitiva siendo derivada, y que lo hacemos por razones prácticas que llevan la marca de la facilidad. Noté, por otro lado, que mis estudiantes no advierten la *jugada* encerrada en ese proceder. Bien, comienzo entonces a extrapolar.

Sucede, viene sucediendo de manera más callada que notoria en esta universidad y durante los tiempos más recientes, que la enseñanza de la lógica ha perdido terreno. Perder terreno significa que en carreras y escuelas donde en un tiempo se impartía, ahora no se imparte. Mal asunto. Me traen sin cuidado ahora las razones que nos han llevado a ese estado de cosas. Eso sí, me atrevo a tildarlas, sin más juicio, de razones desgraciadas. Y no hablo de desgracia moral, que podría, hablo de desgracia epistemológica, es decir, intelectual. ¿Tanto? Tanto. Veamos: que yo sepa, un enunciado es verdadero cuando lo que se dice con y por medio de una determinada cadena palabras apropiadas, sucede en el mundo, y por mundo entiendo ahora cuanto mundo convenientemente individualizado se nos pueda presentar. Pero decir eso es tanto como decir lo que sigue: un enunciado afirmado con verdad es un conocimiento. Y hasta donde estoy informado, el conocimiento, el saber, es una colección de enunciados verdaderos. Ya sé que es

algo más, pero también sé que no es menos que eso. Puedo resumir la idea entera de otro modo: con instrumentos apropiados (palabras) del mundo en el que o desde el que hablo, digo algo del mundo del que hablo. Más simplemente aún: el conocimiento presupone dos mundos, uno lingüístico, otro no lingüístico (o tomado como no lingüístico en principio).

Pues bien, ese *no menos que eso* se le ha olvidado, en mi opinión, interesadamente a algunas gentes en los predios académicos y desde hace un buen rato. No voy a sustentar ahora esta afirmación. Prefiero ir directamente a la posición contraria, que es la que más, creo, nos debe interesar: recuperar primero el terreno perdido y ampliarlo, cuanto más mejor, después. ¿Por qué hablo así? Por dos razones, una de las cuales es una constatación y otra una oportunidad.

La constatación reza así: desde que las retorcidas ramas de los más variopintos relativismos han comenzado, como hiedra enredada y enredadora, a expandirse por cuanto muro se les pone por delante, esto es, las materias filosófico-científicas más arraigadas, el sencillo, manejable y potente concepto de enunciado verdadero molesta a tal punto que el mismo concepto de verdad más ordinario y común molesta cuando cae bajo el escarpelo de esos relativistas sabelotodo que todo lo confunden, sobre todo si va en beneficio propio. Este concepto, el de beneficio propio, jamás lo han puesto en cuestión ni lo pondrán. Pero ese no mi tema: si la lógica ha perdido terreno es, principalmente, porque sus críticos –poco amigos de verse metidos en un teorema porque con frecuencia ese teorema puede más que sus entendederas– se las han arreglado para convertirla en lo que no es: un dogma que extermina cuanto toca. En eso andamos, pues, la verdad sea dicha, hoy corren tiempos en que no hay que exigir mucho: el nene podría enfermar, no hay que partirse la cabeza, no siendo cuando se estudia ingeniería, pues los demás saberes –si lo son– están dirigidos a un publiquete diletante, semiocioso, bueno para el negociado pero jamás para destripar una ecuación. Y vale con lo dicho. Así que, por este lado, o empezamos a hacer algo que revierta el cuadro o las cosas aún podrían ir a peor.

La oportunidad a la que me refiero es la siguiente: tengo entendido que en esta universidad se van establecer distintas comisiones curriculares que, potencialmente, pueden darle otro cariz a la institución. Cuando he preguntado qué entraña semejante palabra –*diseño institucional* suena algo cursi, pero me gusta algo más– me han dicho que abarca todo, y yo he dicho: O sea, todo patas arriba; y poco menos

que me han dicho que sí. Espero que así sea, y en serio. Pues bien, creo que tenemos una oportunidad de la que ahora, para no aburrir más y terminar de una vez, digo que la materia que impartimos puede salir beneficiada si somos capaces de organizarnos un poco, distribuir las tareas y pedir cuentas cuando corresponda. Quiero dejar dicho que no hemos de juntarnos para saciar apetitos de nadie: la lógica no obedece a caprichos de nadie, obedece a lo mejor de nosotros mismos, la razón. Y lo haremos porque consideramos que la lógica es más necesaria que nunca para aderezar en parte las mentes de nuestros estudiantes, y más suficiente que cualquier otra materia para dejar bien claro que quien quiera, con decencia intelectual y conocimiento respetable, definir una cosa, o sea, decir lo que es, ha de lograr que lo que dice sea condición necesaria y suficiente para que lo que dice que es, sea. Que se quede el poder para los farsantes, los altaneros y los dueños de este mundo, que hasta estudiarían lógica si de antemano supieran que con ella su poder alcanzaría lo inimaginable. Pero no lo harán como es debido, pues la razón prohíbe que del mal salga el bien.

Las páginas anteriores fueron leídas en el coloquio del que se habla en esta publicación. Las que siguen resultan de la discusión posterior a dicha lectura y del permiso de los editores para incluirlas aquí. Volvamos, pues, al lugar en que terminaba la exposición sobre mi tesis de que la regla de la doble negación no es una regla primitiva.

En lo que sigue, primero expondré un comentario que corrige la apelación que hice a Ferrater Mora; en segundo lugar, y como consecuencia, en parte, de lo anterior, intentaré defender de otro modo mi posición tratando de salvar los muebles que pueden, según creo, salvarse. Concluiré con una palabra sobre la división entre reglas primitivas y derivadas.

Sostuve que me niego a admitir que la regla de la doble negación sea una regla primitiva porque elimina de un plumazo dos negaciones, no una; y propuse como esquema mucho más claro y correcto el indicado por Ferrater Mora en su Diccionario (*supra*). He aquí, de seguidas, el comentario y corrección que se me hizo sobre la maniobra realizada por el gran pensador catalán que, por hacer mía, afecta el argumento que utilicé para defender mi tesis, y no a ésta por entero, que quizás pueda defenderse de otro modo.

Recordemos la solución de Ferrater Mora:

$$\frac{p \wedge \neg p}{Q}$$

Dicho en castellano: hay en la premisa una proposición ( $p$ ), una conectiva ( $\wedge$ ), otra conectiva ( $-$ ), y de nuevo la proposición primera ( $p$ ). De ella Ferrater Mora pasa a la proposición conclusiva ( $q$ ), afirmada (sin conectivas de ninguna especie).

Pues bien, el (mi) profesor y asistente al coloquio Eduardo Piacenza me hizo retornar a la solución de Ferrater para que viera detenidamente lo que teniendo delante de los ojos no veía, a saber, Ferrater elimina dos conectivas ( $\wedge$  y  $-$ ) para llegar a la conclusión. Cierto. Sigamos: si, volviendo a mi argumento, reniego de la doble negación porque es doble y no simple, he de aceptar también que en la faena de Ferrater por mí adoptada y bendecida, hay dos conectivas, de donde se sigue, puesto así, que la solución no disuelve el problema, si el problema se confina al número de conectivas en liza.

¿Qué decir al respecto?

El siempre agudo comentario y comentarista del profesor Piacenza me permite modificar en algo mi posición y tratar de volver a plantearla de modo más preciso. Como se sabe, a cada conectiva le corresponde una regla de introducción y otra de eliminación (en realidad, los de introducción y eliminación son un par de principios a los que se ajustan unas reglas). Cuando eliminamos un condicional jamás vemos algo como " $p \rightarrow \rightarrow q$ " más " $p$ " suelta por algún sitio, ni cuando eliminamos una conjunción tenemos delante engendros del tipo " $p \wedge \wedge q$ " y así parecido con una disyunción. Si eliminamos esas conectivas eliminamos un condicional, una conjunción, una disyunción; podremos aplicar tres o trescientas eliminaciones de una cualquiera de ellas, o bien tres veces seguidas o bien las trescientas de una sola vez, pero dejando en claro la reiteración. O sea, que se van eliminando de una en una, o como dice una tropa cada día más abultada e ignorante *una a la vez*, cuando lo que quieren decir es *una por vez*. Y no dos a la vez o dos por vez, que es lo que ocurre con la regla de -según dice su mismo nombre- doble negación.

Una salida de este laberinto puede consistir en echar por tierra la división entre reglas primitivas y derivadas: todas son reglas del cálculo proposicional, las conocidas y usadas y las infinitas que, según Alfredo Deaño, pueden añadirse a las más comunes. Con tal de que sean correctas -y el procedimiento para saberlo es del dominio común-, reglas serán. Ahora, ¿es esta una salida limpia, es decir, que elimine el problema planteado? Lo deja en pie: la doble negación no deja de ser lo que es por razón de tal planteamiento. Cierto es, como aduce Piacenza, que Ferrater elimina dos conectivas, pero no es menos cierto

que no son la misma conectiva. Luego su razón vale, pero no del todo. Lo que supone gran ventaja, pues de paso el ejercicio de la razón (en un ejercicio concreto como éste) nos enseña por sí mismo que tiene límites. Ensayemos otra, entonces.

¿Y si la conectiva llamada negación no es una conectiva como las demás? No es como las demás en el sentido lato de la palabra: ella no conecta ni afecta a más de una proposición, pues mientras las otras tres reglas primitivas del cálculo no se configuran sin al menos dos proposiciones, la negación se basta y sobra para hacer lo que hace con un solo, y uno solo, enunciado, sea el que sea. Y así, mientras que (ejemplifico con el condicional) " $p \rightarrow q$ " es falso si " $p$ " es verdadero y " $q$ " falso y verdadero en cualquier otro caso de asignación de valores a sus enunciados componentes, y por tanto uno cualquiera de los cuatro no es la negación (de la verdad o falsedad) de los otros tres restantes, no sucede así con la negación: enunciado negado que sea verdadero, por ejemplo " $\neg p$ ", enunciado no-negado que es falso, " $p$ ". Por tanto, si el término "conectiva" significa "que conecta" enunciados, al menos dos, recordemos, en el caso de las otras conectivas, no así en el caso de la negación: no conecta enunciados. Si conecta, conecta otra cosa, y al hacerlo modifica en parte el significado del término "conectiva": la negación –que tiene tabla de verdad– para poco la necesita, pues si se afirma que, por ejemplo, " $p$ " es verdadera, *eo ipso* se afirma que su negación es falsa, o al revés, lo que bien entendido posibilita que hasta un enunciado no negado mediante la conectiva " $\neg$ " sea una negación, pues nadie negará que " $p$ " niega a " $\neg p$ ". ¿Se ha conectado algo, si exprimiendo la lógica del concepto de conectar, esto es, se cuenta con al menos dos elementos y se juntan por medio de un determinado procedimiento, pero aplicado a uno solo de ellos? No. ¿Se conectará acaso algo consigo mismo, entonces? No veo cómo, fuera de la reflexividad universal, asunto del que aquí no se habla. Por tanto, puestas así las cosas, la negación nada conecta. Se limita a decir o sentar, o como se quiera poner, que si un enunciado es verdadero, su negación es falsa. ¡Gran sabiduría! ¿Será entonces que el significado del término "conectiva" se refiere en realidad a algo más que a juntar enunciados? Sin duda: a través del lente del significado de la negación, se capta mejor el verdadero significado de lo que significa e importa el término "conectiva" en ella y, de paso, en cualquiera de las otras tres conectivas: la verdad o falsedad de lo que se dice. Interesante, sin duda.

Ahora bien, "verdadero" y "falso" en este sentido apuntan a algo que, sin abandonar el juego lógico, revela otro aspecto de lo que nos traemos entre manos: la verdad y la falsedad. Dicho con una sola palabra, el conocimiento. Veamos.

Por increíble que parezca, a nuestro tiempo y a alguno ya pasado, a muchos pensadores vivos y otros muertos, les cuesta admitir que, por definición, un conocimiento es la propiedad que encierra el simple hecho -y dicho- de que un enunciado es verdadero. Y lo es cuando -y porque- lo que (se) dice ocurre fuera de él: en donde sea, en el cielo, en la tierra o en el infierno; dicho en corto, en el ser, el ser de lo que sea. Fábulas incluidas. Y de tal modo es así (incluso aunque se tomara como pretensión o juego para diletantes o, según han sido llamados, *charlacanes*, dicho sea en favor y gracia de esos tiempos y pensadores a los que acabo de aludir), que quien quiera que diga "conozco x", está diciendo que lo que dice es verdadero, e *in extremis*, que lo tiene por tal aunque no lo fuera, y también, que si se le ocurre ponerle por delante una negación, es falso lo que dice. Para conocer la falsedad o de la falsedad lógica, basta y sobra con negar la verdad. ¿Tan difícil es entenderlo? Tan difícil... verdadero puede ser "p" (escribo en mi casa) como "-p" (no escribo en mi casa); ocurre, sin embargo, que algunas mentes se empeñan en asimilar la verdad a la afirmación y la falsedad a la negación, como si las negaciones no pudieran ser verdaderas: afirmo que no....

Por tanto, la solución de Ferrater es correcta, o no es incorrecta por completo: elimina dos conectivas, pero no la misma conectiva, que es lo que hace de un plumazo la regla nada primitiva (ni nada derivada, por lo visto) de la doble negación: de "- - p" pasa a "p" como si tal cosa, cuando no debiera pasarse por alto la "molestia" de tener que mostrar primero cómo se pasa de la simple negación a su no menos simple y llana eliminación.

Probablemente la división entre reglas primitivas y derivadas no es una cuestión de naturaleza: reglas son todas. Y probablemente también lo más apropiado sea considerarlas como cuestión de procedimiento, sea más breve, más largo, más económico, estético y así siguiendo. La práctica pedagógica suele alternarlas sin muchos reparos, a veces hasta sin indicar la diferencia entre el grupo de las primitivas o básicas y el de las derivadas. Sea; la lógica no se ve afectada.

Al principio señalé que introducía este asunto en un coloquio como éste porque, entre otras razones, advierto una y otra vez que un detalle de este tipo revela, puede revelar, el alcance del sabido dicho según

el cual se ve, pero no se mira. Haberlo hecho así me ha permitido a mí ser corregido poco menos que en aquello que quería hacer ver y que se mirara, y que yo tampoco terminaba de mirar. La satisfacción que he podido experimentar, por sencilla que sea, me ha mostrado una vez más la bondad intelectual y humana que pueden lograrse –prácticamente gratis- si uno se expone a la crítica ajena y sobre todo si esa crítica proviene de quien sabe más y mejor.